THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION, MARCH - 2022

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

THIRD SEMESTER

PART - I : MATHEMATICS

Paper - II : Ring Theory and Vector Calculus

(w.e.f. 2017-2018)

Time : 3 Hours   **Max. Marks : 75**

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any **Five** questions. Each question carries **five** marks. (5×5=25)

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి. ప్రతి ప్రశ్నలకు ఐదు మార్కులు.

1. Prove that every Boolean ring is an abelian.

   ప్రతి బూలియన్ వలయం వినిమయం అని నిరూపించండి.

2. Find the characteristic of the ring $(Z_6, +_6, x_6)$.

   $(Z_6, +_6, x_6)$ వలయం లాక్షణికత కనుగొనండి.

3. Define ideal and find all ideals of the ring $(Z_8, +_8, x_8)$.

   ఆదర్శాన్ని నిర్వచించి, $(Z_8, +_8, x_8)$ వలయానికి ఆదర్శాలు వ్రాయండి.

4. If $\vec{r} = a\cos ti + a\sin tj + at\tan\theta k$, thne find $\left|\frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right|$.

   $\vec{r} = a\cos ti + a\sin tj + at\tan\theta k$ అయితే $\left|\frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right|$ ను కనుగొనండి.

5. Find the directional derivative of $f = xy + yz + zx$ in the direction of the vector $i + 2j + k$ at the point (1,2,0).

   $f = xy + yz + zx$ నకు సదిశ $i + 2j + k$ దిశలో (1,2,0) బిందువు వద్ద దైశిక వ్యుత్పన్నము కనుగొనండి.

6. If $\vec{A} = t\,i - t^2 j + (t-1)k$ and $\vec{B} = 2t^2 i + 6t\,k$, find $\int_1^2 (\vec{A}.\vec{B})\,dt$.

$\vec{A} = t\,i - t^2 j + (t-1)k$ మరియు $\vec{B} = 2t^2 i + 6t\,k$ అయితే $\int_1^2 (\vec{A}.\vec{B})\,dt$ కనుగొనండి.

7. If $\vec{F} = 3xyi - y^2 j$, then evaluate $\int_C \vec{F}.d\vec{r}$, where C is the curve $y = 2x^2$ in the xy - plane from (0,0) to (1,2).

$\vec{F} = 3xyi - y^2 j$ మరియు C అనేది xy - తలంలో (0,0) నుండి (1,2) వరకు ఉండే $y = 2x^2$ వక్రం అయిన $\int_C \vec{F}.d\vec{r}$ ను కనుగొనండి.

8. Show that $\int_S (axi + byj + czk).\overline{N}ds = \frac{4\pi}{3}(a+b+c)$, where S is the surface of the sphere.

S అనేది గోళం ఉపరితలం అయిన $\int_S (axi + byj + czk).\overline{N}ds = \frac{4\pi}{3}(a+b+c)$ అనిచూపండి.

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer **All** questions. Each question carries **Ten** marks. **(5×10=50)**

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు పది మార్కులు.

9. a) Prove that the characteritic of an integral domain is either zero or prime.

పూర్ణాంక ప్రదేశం లాక్షణికత సున్న లేదా ప్రధాన సంఖ్య అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that a field has no zero devisors.

క్షేత్రానికి శూన్య భాజకాలు లేవు అని నిరూపించండి.

10. a) State and prove any two elementary properties of the ring homomorphism.

వలయ సమరూపత యొక్క ఏవైన రెండు ప్రాథమిక ధర్మాలు వ్రాసి, నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) State the prove Fundamental theorem of Homomorphism of rings.

వలయ సమరూపత మూల సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి, నిరూపించండి.

11. a) Prove that $curl(\vec{A}\times\vec{B})=\vec{A}div\vec{B}-\vec{B}div\vec{A}+(\vec{B}.\nabla)\vec{A}-(\vec{A}.\nabla)\vec{B}$.

$curl(\vec{A}\times\vec{B})=\vec{A}div\vec{B}-\vec{B}div\vec{A}+(\vec{B}.\nabla)\vec{A}-(\vec{A}.\nabla)\vec{B}$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that $grad\left(\vec{A}.\vec{B}\right)=\left(\vec{B}.\nabla\right)\vec{A}+(\vec{A}.\nabla)\vec{B}+\vec{B}\times curl\vec{A}+\vec{A}xcurl\vec{B}$.

$grad\left(\vec{A}.\vec{B}\right)=\left(\vec{B}.\nabla\right)\vec{A}+(\vec{A}.\nabla)\vec{B}+\vec{B}\times curl\vec{A}+\vec{A}xcurl\vec{B}$ అని నిరూపించండి.

12. a) If $\vec{F}=4xzi-y^2j+yzk$, evaluate $\int_S \vec{F}.\vec{N}ds$ where S is the surface of the cube bounded by $x=0$, $x=a$, $y=0$, $y=b$, $z=0$, $z=a$.

$\vec{F}=4xzi-y^2j+yzk$ మరియు S అనేది $x=0$, $x=a$, $y=0$, $y=b$, $z=0$, $z=a$ తలాలచే పరిబద్ధమైన ఉపరితలం S అయితే $\int_S \vec{F}.\vec{N}ds$ విలువ కనుగొనండి.

(OR/లేదా)

b) If $\phi=45x^2y$, then evaluate $\iiint_V \phi dv$, where V is the closed region bounded by the planes $4x+2y+z=8$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.

$\phi=45x^2y$ మరియు V అనేది $4x+2y+z=8$, $x=0$, $y=0$, $z=0$ తలాలచే పరిబద్ధమైన సంవృతి ప్రాంతము అయిన $\iiint_V \phi dv$ ని కనుగొనండి.

13. a) State and prove Green's theorem in a plane.

తలంలోని గ్రీన్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Verify Gauss divergence theorem to evaluate $\int_S (x^3-yz)i-2x^2y+zk).Nds$, over the surface S bounded by the coordinate planes $x=y=z=a$.

S అనేది $x=y=z=a$ అను నిరూపక తలాలచే పరిబద్ధమైన ఉపరితలం అయితే $\int_S (x^3-yz)i-2x^2y+zk).Nds$ విలువ కనుగొనండి.

THREE YEAR B.A./B.Sc./B.Sc. (Home Science) DEGREE EXAMINATION, APRIL - 2021

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

FIFTH SEMESTER

PART - I - MATHEMATICS

Paper - II : Ring Theory and Vector Calculus

(Common for B.Sc.)

(w.e.f. 2017- 2018)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION - A

విభాగము – ఎ

Answer any **FIVE** of the following Questions, Each question carries **equal** Marks.

ఏవైనా **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్న సమాన మార్కులను కలిగి ఉంటుంది. (5×5=25)

1. Define zero divisors of a ring. Show that field has no zero divisors.

   వలయములోని శూన్య భాజకాలను నిర్వచించి విభాగ వలయంలో శూన్య భాజకాలు లేవని చూపుము.

2. Prove that every field is an integral domain

   ప్రతి క్షేత్రము ఒక పూర్ణాంక ప్రదేశము అని నిరూపించండి

3. Show that characteristic of an integral domain is either zero or a prime number.

   ఒక పూర్ణాంక ప్రదేశము లాక్షణికము సున్నా లేక ప్రధాన సంఖ్య అని చూపండి.

4. Show that intersection of two subrings of a ring is again a subring.

   వలయములోని రెండు ఉపవలయాల ఛేదనము ఉపవలయము అవుతుందని చూపుము.

5. If f is a homomorphism of a ring R into a ring R' then prove that kerf is an ideal of R

   f అనేది వలయం R నుంచి వలయం R'కు సమరూపత అయితే kerf అనేది R యొక్క ఆదర్శం అని చూపండి.

6. Find directional derivative of a function $f=x^2-y^2+2z^2$ at point P=(1,2,3) in direction of the line PQ where Q=(5,0,4)

   P=(1,2,3), Q=(5,0,4) అయితే PQ వద్ద దిశలో $f=x^2-y^2+2z^2$ యొక్క దైశిక ఉత్పన్నం కనుక్కోండి.

7. Find $div\bar{f}, curl\bar{f}$ where $f = grad\,(x^3+y^3+z^3-3xyz)$.

$f = grad\,(x^3+y^3+z^3-3xyz)$ అయితే $div\bar{f}, curl\bar{f}$ కనుగొనుము.

8. If $\overline{F} = (x^2+y^2)\bar{i} - 2xy\bar{j}$ and curve C is rectangle in the xy plane bounded by $y=0$, $x=a$; $y=b, x=0$ then evaluate $\int_c \overline{F}.\overline{dr}$

$\overline{F} = (x^2+y^2)\bar{i} - 2xy\bar{j}$ మరియు C అను వక్రము xy తలములో $y=0$, $x=a$; $y=b, x=0$ చే పరిబద్ధమైన దీర్ఘచతురస్రము అయిన $\int_c \overline{F}.\overline{dr}$ విలువ కనుగొనుము.

9. Show that $\int_s (ax\bar{i}+by\bar{j}+cz\bar{k}).Nds = 4\frac{\pi}{3}(a+b+c)$ where S is surface of sphere $x^2+y^2+z^2=1$.

$x^2+y^2+z^2=1$ గోళం యొక్క ఉపరితలం Sఅయిన $\int_s (ax\bar{i}+by\bar{j}+cz\bar{k}).Nds = 4\frac{\pi}{3}(a+b+c)$ అని చూపండి

10. Evaluate $\oint_c (\cos x \sin y - xy)dx + \sin x \cos dy$ by Green's theorem C is the circle $x^2+y^2=1$

గ్రీన్స్ సిద్ధాంతమును ఉపయోగించి $\oint_c (\cos x \sin y - xy)dx + \sin x \cos dy$ సాధించండి. ఇక్కడ C అనునది $x^2+y^2=1$ అను వృత్తము.

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer the following questions, Each question carries 10 marks

ఈ క్రింది అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు

(5×10=50)

11. a) If R is a boolean ring then prove that

i) $a+a=0 \forall a \in R$

ii) $a+b=0 \Rightarrow a=b$

iii) Boolean ring R is commutative under multiplication.

R boolean వలయమైతే i) $a+a=0 \forall a \in R$ ii) $a+b=0 \Rightarrow a=b$ iii) గుణకార ప్రక్రియ దృష్ట్యా R వినిమయము అని చూపుము

(OR)

b) Show that a finite integral domain is a field.

పరిమిత పూర్ణాంక ప్రదేశము క్షేత్రము అవుతుందని చూపండి.

12. a) Define ideal. Prove that intersection of two ideals of a ring R is an ideal of R.

ఆదర్శము నిర్వచించి, R వలయము యొక్క రెండు ఆదర్శాల ఛేదనం R వలయానికి ఆదర్శము అవుతుందని నిరూపించుము.

(OR)

b) State and prove fundamental theorem of homomorphism of rings.

వలయ సమరూపత మూల సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించండి.

13. a) If f and g are two scalar pt functions, prove that

i) $grad(fg) = f(grad\, g) + g(grad\, f)$ or $\nabla(fg) = f(\nabla g) + g(\nabla f)$

ii) $grad\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{1}{g^2}[g\ grad\ f - f\ grad\ g]$

f మరియు g రెండు అదిశ బిందు ప్రమేయాలు

i) $grad(fg) = f(grad\, g) + g(grad\, f)$ or $\nabla(fg) = f(\nabla g) + g(\nabla f)$

ii) $grad\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{1}{g^2}[g\ grad\ f - f\ grad\ g]$ అని నిరూపించుము

(OR)

b) Prove that $\nabla \times (\Delta \times \overline{A}) = \nabla(\nabla . \overline{A}) - \nabla^2 \overline{A}$

$\nabla \times (\Delta \times \overline{A}) = \nabla(\nabla . \overline{A}) - \nabla^2 \overline{A}$ అని నిరూపించుము

14. a) If $\overline{F} = (x + y^2)\overline{i} - 2x\overline{j} + 2yz\overline{k}$ then evaluate $\int_s \overline{F}.\overline{N}\, ds$ where S is the surface of he plane $2x+y+2z=6$ in the first octant.

$\overline{F} = (x + y^2)\overline{i} - 2x\overline{j} + 2yz\overline{k}$ మరియు $2x+y+2z=6$ S ఉపరితలము మొదటి పార్శ్వంలో వుండునట్లు $\int_s \overline{F}.\overline{N}\, ds$ విలువ కనుక్కోండి

(OR)

b) If $F=(3x^2+6y)i-14yzj+20xz^2k$. Calculate $\int_c F.dr$ along the lines from (0,0,0) to (1,0,0) then to (1,1,0) and then to (1,1,1).

$F=(3x^2+6y)i-14yzj+20xz^2k$. అయితే $\int_c F.dr$ విలువను (0,0,0) నుండి (1,0,0) వరకు, తర్వాత (1,1,0) వరకు మరియు (1,1,1) వరకు గణించండి.

[P.T.O.]

15. a) State and prove Gauss divergence theorem

గాస్ అపసరణ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR)

b) Verify Green's theorem in the plane $\int_c \left(xy+y^2\right)dx+x^2dy$ where c is the closed curve of the region bounded by $y=x$ and $y=x^2$

$\int \left(xy+y^2\right)dx+x^2dy$ కు గ్రీన్స్ సిద్ధాంతం సరిచూడండి. ఇక్కడ c అనేది $y=x$ మరియు $y=x^2$ ల చేత పరిబద్ధమైన ప్రదేశము యొక్క పరిబద్ధ వక్రము.

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION, MARCH - 2022

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

THIRD SEMESTER

PART - I : MATHEMATICS

PAPER - III : LINEAR ALGEBRA

(w.e.f. 2017-2018)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any **Five** questions. Each question carries **five** marks. (5×5=25)

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి. ప్రతి ప్రశ్నలకు ఐదు మార్కులు.

1. Prove that the set $w=\{(x,y,0):x,y\in F\}$ is a sub space of $V_3(F)$.

   $w=\{(x,y,0):x,y\in F\}$ సమితి $V_3(F)$ కు ఉపాంతరాళము అని నిరూపించండి.

2. Prove that every non empty subset of linearly independent set of vectors is linearly independent.

   ఋజు స్వాతంత్ర్య సమితి యొక్క శూన్యం కాని ఉపసమితి ఋజు స్వాతంత్ర్య సమితి అని నిరూపించండి.

3. Show that the vectors (1,1,2), (1,2,5) and (5,3,4) of $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ do not form a basis of $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$.

   (1,1,2), (1,2,5) మరియు (5,3,4) అను సదిశలు $\mathbb{R}^3(\mathbb{R})$ కు ఆధారం కావు అని చూపండి.

4. The mapping $T:V_3(\mathbb{R})\to V_2(\mathbb{R})$ defined by $T(x,y,z) = (x-y,y-z)$. Show that T is a linear transformation.

   $T:V_3(\mathbb{R})\to V_2(\mathbb{R})$ ను $T(x,y,z) = (x-y,y-z)$ గా నిర్వచిస్తే, T ని ఋజు పరివర్తనం అని చూపండి.

5. Show that the characteristic roots of any diagonal matrix is same as its diagonal elements.

   వికర్ణ మాత్రిక యొక్క లాక్షణిక మూలాలు, ఆ మాత్రికలోని వికర్ణ మూలకాలు అని చూపండి.

6. Find a unit vector orthogonal to (4,2,3) in $\mathbb{R}^3$.

   $\mathbb{R}^3$ లో (4,2,3) కు లంబంగా వుండే యూనిట్ సదిశను కనుగొనండి.

[P.T.O.]

M

7. Prove that, if α, β are two vectors in an inner product space V(F), then

$$\|\alpha+\beta\|^2+\|\alpha-\beta\|^2=2\left(\|\alpha\|^2+\|\beta\|^2\right).$$

α, β అనేవి అంతర లబ్ధాంతరాళము V(F) లోని రెండు సదిశములు అయితే

$\|\alpha+\beta\|^2+\|\alpha-\beta\|^2=2\left(\|\alpha\|^2+\|\beta\|^2\right)$ అని నిరూపించండి.

8. Let $T_1:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ and $T_2:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ are two linear transformations defined by $T_1(x,y,z)=(3x,4y-z)$, $T_2(x,y)=(-x,y)$. Compute T_2T_1.

$T_1:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2$ మరియు $T_2:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ ఋజు పరివర్తనలను $T_1(x,y,z)=(3x,4y-z)$, $T_2(x,y)=(-x,y)$ గా నిర్వచిస్తే ను T_2T_1 కనుగొనండి.

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer **All** questions. Each question carries **Ten** marks. **(5×10=50)**

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు పది మార్కులు.

9. a) Let V(F) be a vector space and let $W\subseteq V$. Prove that the sufficient condition for W to be a subspace of V(F) is

i. $\alpha-\beta\in W$ for all $\alpha,\beta\in W$ and

ii. $a\alpha\in W$ for all $a\in F, \alpha\in W$

V(F) ఒక సదిశాంతరాళము మరియు $W\subseteq V$, W,V(F) కు ఉపాంతరాళము కావడానికి పర్యాప్త నియమం

i. ప్రతి $\alpha-\beta\in W$ లకు $\alpha,\beta\in W$.

ii. ప్రతి $a\in F, \alpha\in W$ లకు $a\alpha\in W$ కావలెను.

(OR) (లేదా)

b) Prove that the union of two subspaces of a vectorspace is a subspace if one is contained in the other.

ఒక సదిశాంతరాళము యొక్క రెండు ఉపాంతరాళాల సమ్మేళనము ఉపాంతరాళము కావాలంటే, ఒక ఉపాంతరాళము. ఇంకొక ఉపాంతరాళానికి ఉపసమితి కావలెను అని నిరూపించండి.

10. a) Let W_1 and W_2 be two subspaces of a finite dimensional vector space V(F). Then prove that $\dim(W_1+W_2)=\dim W_1+\dim W_2-\dim(W_1\cap W_2)$.

W_1 మరియు W_2 లు పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళము V(F) కు రెండు ఉపాంతరాళాలు అయితే $\dim(W_1+W_2)=\dim W_1+\dim W_2-\dim(W_1\cap W_2)$ అని నిరూపించండి.

(OR) (లేదా)

b) State the prove basis extension theorem.

ఆధార విస్తరణ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

11. a) Let U(F) and V(F) be two vector spaces and $T:U \to V$ is a linear transformation. Prove that N(T) and R(T) are subspace of U(F) and V(F) respectively.
U(F) మరియు V(F) లు రెండు ఉపాంతరాళాలు మరియు $T:U \to V$ ఒక బుజుపరివర్తన. N(T) మరియు R(T) లు వరుసగా U(F) మరియు V(F) లకు ఉపాంతరాళాలు అని నిరూపించండి.

(OR) (లేదా)

b) Let $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ be the linear transformation defined by $T(x,y,z)=(x+2y-z, y+z, x+y-2z)$. Then find the Rank, Nullity and also find a basis of Range and Null space of T.
$T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ఋజు పరివర్తనను $T(x,y,z)=(x+2y-z, y+z, x+y-2z)$ గా నిర్వచిస్తే, T యొక్క వ్యాప్తి, శూన్య ఆధారం మరియు కోటి, శూన్యతలను కనుగొనండి.

12. a) Verify Caley - Hamiltanian theorem for the matrix $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ మాత్రికకు కేలీ – హేమిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని సరిచూడండి.

(OR) (లేదా)

b) Find the eigen values and the corresponding eigen vectors of the matrix $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

పై మాత్రికకు లాక్షణిక విలువలు వాటికనుగుణంగా వున్న లాక్షణిక సదిశలు కనుక్కోండి.

13. a) State and prove Cauchy - Schwartz inequality.
కోషీ – ష్వార్జ్ అసమానతను ప్రవచించి, నిరూపించండి.

(OR) (లేదా)

b) If U,V are two vectors in a complex inner product space with standard inner product, then $4<u,v>=\|u+v\|^2-\|u-v\|^2+i\|u+iv\|^2-i\|u-iv\|^2$.
ప్రమాణ అంతరలబ్ధం దృష్ట్యా U,V లు సంకీర్ణ అంతర లబ్ధాంతరాళంలోని రెండు సదిశలు అయితే $4<u,v>=\|u+v\|^2-\|u-v\|^2+i\|u+iv\|^2-i\|u-iv\|^2$ అని నిరూపించండి.

THREE YEAR B.A./B.Sc./B.Sc. (Home Science) DEGREE EXAMINATION,

APRIL - 2021

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

FIFTH SEMESTER

PART - I : MATHEMATICS

Paper - III : - Linear Algebra

(Common for B.Sc.)

(w.e.f. 2017-18)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION - I

సెక్షన్ - I

Answer any **Five** of the following questions. Each question carries equal marks.(5×5=25)

క్రింది ప్రశ్నలలో ఏదైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి. ప్రతి ప్రశ్న సమాన మార్కులను కలిగి ఉంటుంది.

1. Show that field is regarded as a vector space over the subfield. Is converse true.

   క్షేత్రము, ఉపక్షేత్రము దృష్ట్యా సదిశాంతరాళము అని చూపండి. దీని విపర్యాయము నిజమా.

2. Prove that Intersection of any two subspaces is also a subspace of vector space V(F).

   సదిశాంతరాళము V(F) యొక్క రెండు ఉపాంతరాళాల ఛేదనము కూడా ఉపాంతరాళము అవుతుందని చూపండి.

3. If α,β,γ are linearly independent vectors of vector space V(F) then prove that $\alpha+\beta,\beta+\gamma,\gamma+\alpha$ are also linearly independent.

   α,β,γ లు V(F) సదిశాంతరాళము యొక్క ఋజు స్వాతంత్ర్య సదిశలు అయితే $\alpha+\beta,\beta+\gamma,\gamma+\alpha$ లు కూడా ఋజు స్వాతంత్ర్యాలు అని నిరూపించుము.

4. Find the coordinates of $\alpha=(2,1,-6)$ with respect to the basis set (x,y,z) where x = (1,1,2), y = (3,-1,0), z = (2,0,-1).

   x = (1,1,2), y = (3,-1,0), z = (2,0,-1) ఆధారం దృష్ట్యా $\alpha=(2,1,-6)$ యొక్క నిరూపకాలు కనుగొనుము.

5. If $T:U\rightarrow V$ is linear transformation then show that null space N(T) is subspace of U(F).

   $T:U\rightarrow V$ అనునది ఋజుపరివర్తన అయితే శూన్యాంతరాళము N(T) అనునది U(F) లో ఉపాంతరాళము అవుతుందని చూపండి

[P.T.O.]

6. Describe explicitly the linear transformation $T: R^2 \to R^2$ such that $T(2,3) = (4,5)$ and $T(1,0) = (0,0)$.

$T: R^2 \to R^2$ ఋజుపరివర్తనను $T(2,3) = (4,5)$ మరియు $T(1,0) = (0,0)$ అయ్యేటట్లు వ్యక్తపరుచుము.

7. Solve the system of equations $x+3y-2z=0; 2x-y+4z=0; x-11y+14z=0$.

$x+3y-2z=0; 2x-y+4z=0; x-11y+14z=0$ పై సమీకరణల వ్యవస్థను సాధించుము.

8. In an inner product space V(F) show that any orthonormal set of vectors is linearly independent.

V(F) అంతర్లబ్ధాంతరాళములో లంబాభిలంబ సదిశలను కల్గిన సమితి ఋజు స్వాతంత్ర్యాలు అని చూపుము.

SECTION - II

సెక్షన్ - II

Answer **All** the following questions. (5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

9. a) Let V(F) be a vector space. A non empty set $W \subseteq V$. then prove that the necessary and sufficient condition for W to be a subspace of V is $a, b \in F$ and $\alpha, \beta \in W \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W$.

V(F) సదిశాంతరాళము మరియు $W \subseteq V$ శూన్యేతర ఉపసమితి. V కు W ఉపాంతరాళము కావడానికి ఆవశ్యకత పర్యాప్తత నియమము $a, b \in F$ మరియు $\alpha, \beta \in W \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) If S is subset of vector space V(F) then prove that

i. S is a subspace of $V \Leftrightarrow L(S) = S$

ii. $L(L(S)) = L(S)$.

V(F) సదిశాంతరాళానికి S ఒక ఉపసమితి అయితే

i. V కి S ఉపాంతరాళం $\Leftrightarrow L(S) = S$

ii. $L(L(S)) = L(S)$ అని చూపండి.

10. a) If V is vector space over a field and W is subspace of V then show that $\frac{V}{W} = \{V + W / v \in V\}$ forms a vector space over F.

V ఒక క్షేత్రంపై సదిశాంతరాళం W, V కు ఉపాంతరాళం అయితే $\frac{V}{W} = \{V + W / v \in V\}$ ఒక సదిశాంతరాళాన్ని ఏర్పచునని చూపుము.

(OR/లేదా)

b) If W_1 and W_2 are two subspaces of finite dimensional vector space V(F) then show that $\dim(W_1+W_2)=\dim W_1+\dim W_2-\dim(W_1\cap W_2)$.

V(F) అను పరిమిత పరమాణు సదిశాంతరాళానికి W_1, W_2 లు రెండు ఉపాంతరాళాలయితే $\dim(W_1+W_2)=\dim W_1+\dim W_2-\dim(W_1\cap W_2)$ అని చూపుము.

11. a) If W is a vector subspace of vector space $V_3(R)$ Basis of W is (1,-2,5,-3) (2,3,1,-4), (3,8,-3,-5) find dim W and basis of W.

సదిశాంతరాళము $V_3(R)$ కు లు ఉపాంతరాళము $V_3(R)$ యొక్క ఆధారము (1,-2,5,-3) (2,3,1,-4), (3,8,-3,-5) అయితే dim W మరియు W యొక్క ఆధారము కనుగొనుము.

(OR/లేదా)

b) If $T:V_2(R)\to V_3(R)$ is a linear transformation defined by $T(a,b)=(a+b,a-b,b)\forall a,b\in R$ then find $R(T),N(T),P(T),\gamma(T)$ and verify $P(T)+\gamma(T)=\dim V$.

$T:V_2(R)\to V_3(R)$ ఒక ఋజుపరివర్తన అయితే $T(a,b)=(a+b,a-b,b)\forall a,b\in R$ గా నిర్వచిస్తే $R(T),N(T),P(T),\gamma(T)$ కనుగొనుము మరియు $P(T)+\gamma(T)=\dim V$ అని సరిచూడుము

12. a) Find Eigen values and eigen vectors of matrix $A=\begin{bmatrix}6&-2&2\\-2&3&-1\\2&-1&3\end{bmatrix}$.

$A=\begin{bmatrix}6&-2&2\\-2&3&-1\\2&-1&3\end{bmatrix}$ మాత్రిక యొక్క లాక్షణిక మూలాలు, లాక్షణిక సదిశలను కనుగొనుము.

(OR/లేదా)

b) If matrix $A=\begin{bmatrix}2&1&2\\5&3&3\\-1&0&-2\end{bmatrix}$ verify cayley Hamilton theorem. Hence find A^{-1}.

మాత్రిక $A=\begin{bmatrix}2&1&2\\5&3&3\\-1&0&-2\end{bmatrix}$ అయితే కేలీ - హామిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని సరిచూసి తద్వారా A^{-1} న

కనుగొనుము.

[P.T

13. a) Prove that if α and β are vectors in a unitary space then

$$\|\alpha+\beta\|^2-\|\alpha-\beta\|^2+i\|\alpha+i\beta\|^2-i\|\alpha-i\beta\|^2=4(\alpha,\beta).$$

కల్పితాంతరాళంలో α మరియు β లు ఏవైన రెండు సదిశలయితే

$\|\alpha+\beta\|^2-\|\alpha-\beta\|^2+i\|\alpha+i\beta\|^2-i\|\alpha-i\beta\|^2=4(\alpha,\beta)$ అని నిరూపించుము.

(OR/లేదా)

b) State and prove Cauchy - Schwarz's inequality.

కాషి - స్వార్జ్ అసమానతను ప్రవచించి నిరూపించండి.